Solution 24:

1°/ a) f (A) = A'

On a : $z_{A'} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}(-1-i) - 1 + i(1+\sqrt{2})$

$= -\sqrt{2}\,i - 1 + i + i\sqrt{2}$

$= -1 + i = z_A$ d'où A' = A

On a : f (A) = A

Soit C' = f (C)

On a : $z_{C'} = \frac{(1+i)}{\sqrt{2}}\left(\overline{i\sqrt{2}}\right) - 1 + i(1+\sqrt{2}) = -i(1+i) - 1 + i + i\sqrt{2}$

$= i\sqrt{2} = z_C$

D'où C' = C et par suite f (C) = C

b) z' est de la forme $a\bar{z} + b$ où $a = \frac{1+i}{\sqrt{2}} = 1 - e^{i\frac{\pi}{4}} \neq 0$

alors f est une similitude indirecte or $|a| = 1$ donc f est un antidéplacement qui a des points invariants A et C d'où $f = S_{AC}$

2°/ a) h : $z' - z_A = \sqrt{2}(z - z_A)$

$z' = \sqrt{2}\,z + z_A(1 - \sqrt{2})$

h : $z' = \sqrt{2}\,z + (\sqrt{2} - 1)(1 - i)$

b) $g = f \circ h$

on a : $g : z' = \frac{1+i}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}\,\bar{z} + (\sqrt{2} - 1)(1 + i)) - 1 + i(1 + \sqrt{2})$

$z' = (1+i)\,\bar{z} + \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)(2i) - 1 + i + i\sqrt{2}$

$= (1+i)\,\bar{z} + 2i - \cancel{\sqrt{2}i} - 1 + i + \cancel{i\sqrt{2}}$

$= (1+i)\,\bar{z} - 1 + 3i$